Groupes ExaMath	Examen en mathématiques 9e année	Préparé par: Randa Chehade Edité par: Hassan Ahmad
Nombre de questions : 5	**Échantillon 1 – année 2022** **Durée : 2 heures**	**Nom :** **N° :**

- *Cet examen comprend cinq problèmes inscrits sur deux pages.*
- *L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.*
- *Faire apparaitre toujours les étapes du calcul.*
- *Toutes les réponses non justifiées ne seront pas notées.*

I- (4 points)

1) On donne : D = $\left(\frac{2}{7}\right)^2 - \frac{1}{7}$, E = $\frac{2{,}4 \times (10^{-3})^4 \times 10^{10} + 0{,}76 \times 10^{-2}}{10^4}$ et F = $\frac{\left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 \div \frac{3+\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5^2 - 4^2}}$.

a) Écrire D sous forme d'une fraction irréductible.

b) Écrire E sous la forme où $a \times 10^n$, a est un entier, puis en notation scientifique.

c) Montrer, par calcul, que F n'est pas une fraction décimale.

2) Etant donné : G = $\frac{6\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3} + 6}$.

a) Montrer que G = $\sqrt{3}$.

b) Utiliser le résultat obtenu ci-dessus pour montrer que $\frac{(\sqrt{108} + 3)^2}{(\sqrt{16} - 10 - \sqrt{3})^2}$ est un entier à déterminer.

II- (2 points)

Les questions 1) et 2) de cet exercice sont indépendantes :

1) Les élèves d'une classe de EB9 ont été interrogés sur la préférence de certains desserts, et le résultat a été montré ici :

20 % des élèves préfèrent les gâteaux, 15 % des élèves préfèrent les beignets et 13 élèves préfèrent les tartes.

a) Quel est le pourcentage d'étudiants préférant les tartes ?

b) Calculer le nombre total d'élèves de cette classe.

2) Dans un magasin d'un centre commercial, les mêmes soldes sont annoncés sur tous les articles comme indiqué ci-dessous :

Veste	**Chemise de nuit**	**Pantalon**
~~50 \$~~	~~30 \$~~	~~????~~
40 \$	????	35 \$

a) Calculer le pourcentage de réduction de prix.

b) Calculer le prix final de la chemise.

c) Calculer le prix initial du pantalon.

III- (3½ points)

On donne l'expression : $A(x) = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 15)$.

1) **a)** Développer et réduire $A(x)$.

b) Calculez $A(\sqrt{2})$, puis arrondir la réponse au millième près.

c) Résoudre l'équation: $A(x) = 15x^2$.

2) **a)** Factoriser $A(x)$r .

b) Résoudre l'équation : $A(x) = (x + 4)$.

3) Étant donné un carré de côté $x\sqrt{15}$ et un rectangle de dimensions 7 cm $5x$, où x est une longueur en cm ($x > 0$) . Calculer x , si la somme des aires de deux quadrilatères est égale à 100 cm^2.

IV- (5 points)

Dans un repère orthonormal d'axes x′Ox et y′Oy, on considère les points A (–2 ; –2) ; E(2; 6) et B (6; –2).

1) **a)** Placer A, B et E.

b) Vérifier que l'équation de (AE) est $y = 2x + 2$.

2) Déterminer l'équation de (AB).

3) Vérifier que AE = BE.

4) Soit K le milieu du segment [AE].

a) Calculer les coordonnées de K.

b) Soit (d) la perpendiculaire à (AE) à K. Déterminer l'équation de (d).

5) La droite (d) coupe la médiatrice de [AB] en I.

a) Montrer que I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABE.

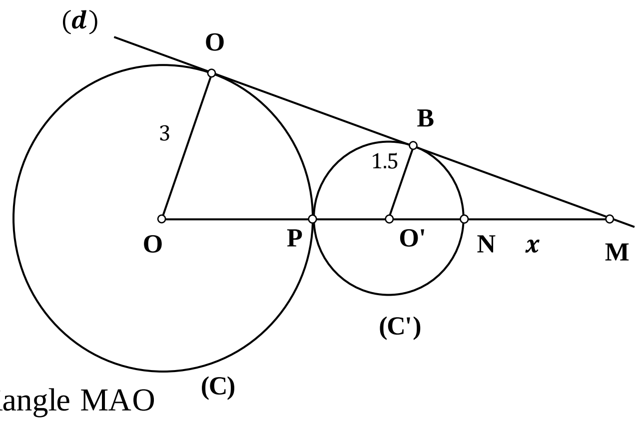
b) Calculer les coordonnées de I.

6) Soit J le symétrique de E par rapport à I. Montrer que (AJ) est parallèle à (d).

V- (5 ½ points)

Dans la figure ci-contre, étant donné :

- Deux cercles $C(O\ ;\ 3\ \text{cm})$ et $C'(O';\ 1{,}5\ \text{cm})$ tangents extérieurement au point P.
- (d) est une tangente commune extérieure à (C) et (C') en A et B respectivement.
- (d) coupe (OO') en un point M.
- (OO') coupe de nouveau (C') en un point N.
- Soit $MN = \boldsymbol{x}$, cm, où $\boldsymbol{x} > 0$.



1) **a)** Montrer que (OA) et (O'B) sont parallèles.

b) Vérifier la relation : $\dfrac{x + 1.5}{x + 6} = \dfrac{1}{2}$.

c) En déduire que $x = 3$.

2) Reproduire la figure ci-contre en vraie grandeur.

3) Calculez les valeurs exactes de MA et MB.

4) Montrer que le triangle MBO' est une réduction du triangle MAO par une réduction dont le centre et le rapport sont à déterminer.

5) Soit B' le symétrique de B par rapport à O'.

a) Montrer que AB B'O est un rectangle, puis calculer son périmètre. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2} près.

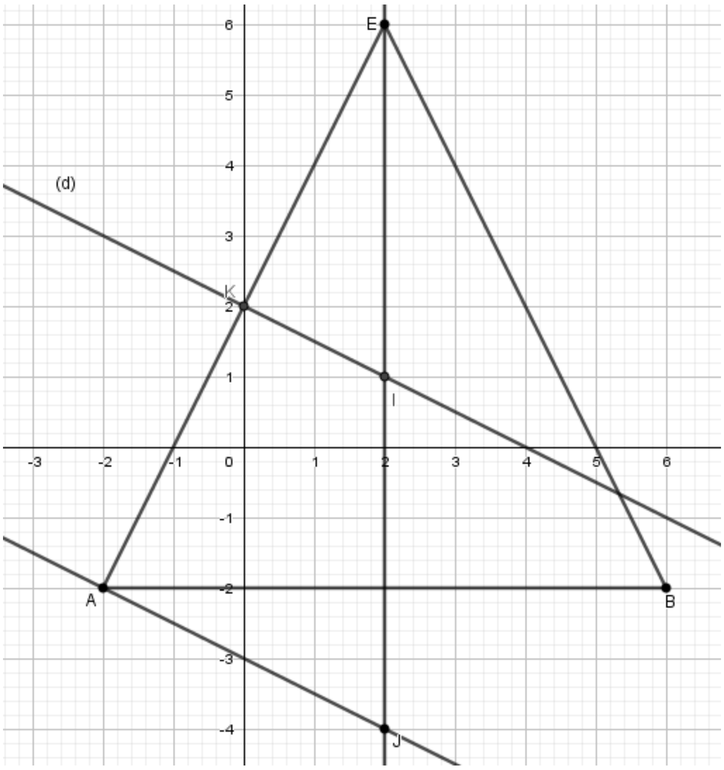
b) Déduire que (OB') est tangente à (C') en B'.

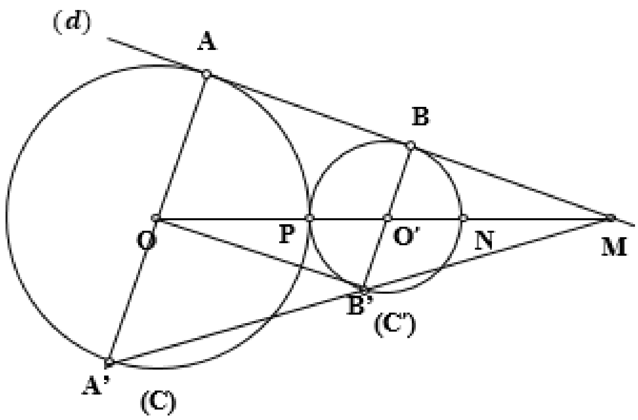
6) On désigne par A' le point diamétralement opposé à A sur le cercle (C). Montrer que P est le centre de gravité du triangle AMA'.

Q.I.	Réponses	4 points
1.a.	D =$(\frac{2}{7})^2 - \frac{1}{7} = \frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$.	½
1.b.	E = $\frac{2,4\times(10^{-3})^4\times 10^{10} + 0,76\times 10^{-2}}{10^4} = \frac{2,4\times 10^{-2}+76\times 10^{-4}}{10^4} = \frac{240\times 10^{-4}+76\times 10^{-4}}{10^4}$ $= \frac{316\times 10^{-4}}{10^4} = 316\times 10^{-8}, a = 316.$ E = $3,16\times 10^{-6}(en\ notation\ scinetifique)$.	1
1.c.	F = $\frac{(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})^2 \div \frac{3+\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5^2-4^2}} = \frac{(\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{5}{4}}+\frac{1}{2})\times\frac{5}{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{25-16}} = \frac{(3+\sqrt{5})\times\frac{5}{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$. F = $\frac{5}{3} = 1,666\ldots\ldots$; F n'est pas une fraction décimale car la division de 5 par 3 ne se termine pas.	1 ¼
2.a.	G = $\frac{6\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+6} = \frac{(6\sqrt{3}+3)}{(\sqrt{3}+6)} \times \frac{(\sqrt{3}-6)}{(\sqrt{3}-6)} = \frac{18-36\sqrt{3}+3\sqrt{3}-18}{3-36} = \frac{-33\sqrt{3}}{-33} = \sqrt{3}$.	¾
2.b.	$\frac{(\sqrt{108}+3)^2}{(\sqrt{16}-10-\sqrt{3})^2} = \frac{(6\sqrt{3}+3)^2}{(4-10-\sqrt{3})^2} = (\frac{6\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+6})^2 = G^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$ (entier).	½

Q.II.	Réponses	2 points
1.a.	% d'étudiants préférant les tartes est : 100% - (20% + 15%) = 65%.	¼
1.b.	Le nombre total d'étudiants est : $\frac{100\times 13}{65}$ = 20 étudiants.	½
2.a.	$40 = (1 - n/100)\times 50$, alors $n = 20$, donc le pourcentage de réduction est 20 %.	½
2.b.	Le prix final de la chemise est : $(1-20\%)\times 30 = \$\ 24$.	¼
2.c.	Le prix initial du pantalon est :$\frac{35}{(1-20/100)} = 43,75\$$.	½

Q.III.	Réponses	3 ½ points
1.a.	$A(x) = 9x^2 - 25 + (3x-5)(2x+15) = 9x^2 - 25 + 6x^2 + 45x - 10x - 75$ $=15x^2 + 35x - 100$.	½
1.b.	$A(\sqrt{2}) = 15(\sqrt{2})^2 + 35\sqrt{2} - 100 = -70 + 35\sqrt{2}.$ $A(\sqrt{2}) \approx 20,503$ Arrondi au millième près.	½
1.c.	$A(x) = 15x^2,\ \ 15x^2 + 35x - 100 = 15x^2\ ,35x = 100\ ,x = \frac{20}{7}$.	½
2.a.	$A(x) = 9x^2 - 25 + (3x-5)(2x+15) =$ $(3x-5)(3x+5) + (3x-5)(2x+15) = (3x-5)(5x+20) = 5(3x-5)(x+4).$	½
2.b.	$A(x) = (x+4)\ ,5(3x-5)(x+4) - (x+4) = 0\ ,(x+4)(15x-25-1) = 0$ $(x+4)(15x-26) = 0\ \ ,x = -4\ ou\ x = \frac{26}{15}$.	¾
3.	$A_{czrré} + A_{rectangle} = 100\ \ ,(x\sqrt{15})^2 + 7\times 5x = 100\ ,15x^2 + 35x - 100 = 0$ $A(x) = 0\ ;\ 5(3x-5)(x+4) = 0\ ;\ x = -4\ (rà\ rejetter)\ ou\ x = \frac{5}{3}\ (acceptble).$	¾

Q.IV.	Réponses	5 points
1.a.		½
1.b	$y_A \overset{?}{=} 2x_A + 2$, $-2 = -2$, $true$. $y_E \overset{?}{=} x_E + 2$, $6 = 6$, $true$. Donc A et E appartiennent à la droite d'équation : $y = 2x + 2$, donc (AE) : $y = 2x + 2$	½
2.	$y_A = y_B$,$= -2$, donc (AB) :$y = -2$	½
3.	AE $=\sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2} = 4\sqrt{5}$ unités. BE $=\sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2} = 4\sqrt{5}$ unités , donc AE = BE .	¾
4.a.	$x_K = \frac{x_A + x_E}{2} = 0$, $y_K = \frac{y_A + y_E}{2} = 2$, donc K(0 ; 2)	½
4.b.	$(d): y = ax + b$, mais (d) $\perp$(AE), donc $a_{(d)} \times a_{(AE)} = -1$, $donc\ a_{(d)} = -0{,}5$. K appartient à (d), donc $y_K = -0{,}5x_K + b$, donc b = 2, d'où $(d): y = -0{,}5x + 2$.	¾
5.a.	Dans triangle ABE : (d) est médiatrice de [AE] , donc I est le point d'intersection de 2 médiatrices perpendiculaires aux côtés de ce triangle, donc I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABE.	¼
5.b.	EAB est un triangle isocèle du sommet principal E, donc (EI) médiatrice de [AB]. (AB) :$y = -2$, donc (EI) : $x = k$, mais E appartient à (EI) , donc $x_E = k$, donc $k = 2$. (EI): $x = 2$, I appartient à (EI) , donc $x_I = 2$, et I appartient à (d), donc $y_I = -0{,}5x_I + 2 = 1$, donc I (2 ; 1) .	¾
6.	Dans le triangle AEJ : K est le milieu de [AE] et I est le milieu de [EJ], donc (KI) // (AJ) (théorème des milieux dans un triangle). Mais K et I appartiennent à (d) , donc (AJ) // (d) .	½

Q.V.	Réponses	51/2 points
1.a.	(OA) $\perp$(d) ((d) est tangent à (C) en A) (O'B) $\perp$(d) ((d) est tangent à (C')en B) , donc (OA) // (O'B) (2 droites perpendiculaires à une 3ème sont parallèles)	½
1.b.	Dans le triangle OAM : (OA) // (O'B) , donc $\frac{MO'}{MO} = \frac{O'B}{OA} = \frac{MB}{MA}$ (théorème de Thalès) , $donc \ \frac{x + 1.5}{x + 1,5 + 1,5 + 3} = \frac{1,5}{3} \ ; \ \frac{x + 1,5}{x + 6} = \frac{1}{2}$.	¾
1.c.	$\frac{x+1,5}{x+6} = \frac{1}{2}$, donc $2(x + 1,5) = x + 6$, donc $x = 3$.	¼
2.		½
3. L'	Dans le triangle rectangle MAO : $MA^2 = MO^2 + OA^2$ (Théorème de Pythagore) ; $MA^2 = 9^2 + 3^2$; donc MA = $3\sqrt{10}$ cm . $\frac{MB}{MA} = \frac{1}{2}$, donc MB = $1,5\sqrt{10}$ cm .	¾
4. L'	$\frac{MO'}{MO} = \frac{O'B}{OA} = \frac{MB}{MA} = \frac{1}{2} < 1$, Donc le triangle MBO' est une réduction du triangle MAO par une réduction de centre M et de rapport $\frac{1}{2}$.	¾
5.a	AO = BB'= 3cm et (AO) //(BB') , donc ABB'O est un parallélogramme (une paire de côtés opposés parallèles et égaux), mais $\widehat{BAO}$= 90° , donc ABB'O est un rectangle (parallélogramme ayant un angle droit). $P_{ABB'O} = 2(AO + AB) = 2(3 + 1,5\sqrt{10}) = 6 + 3\sqrt{10}$. $P_{ABB'O} \cong 15,49\ cm$(arrondi à 10^{-2}) . près.	**1**
5.b	$\widehat{OB'O'}$ = 90 °(angle droit dans le rectangle ABB'O) , donc (OB') est perpendiculaire au rayon [O'B'] du cercle (C') en B', donc (OB') est tangent à (C') en B'.	½
6.	Dans le triangle AMA': [MO] est une médiane relative à [AA'], et P est un point sur [MO] tel que $\frac{MP}{MO} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. Alors P est le centre de gravité du triangle AMA'.	½